

Основные определения и алгоритмы

Четверть	I
Предмет	Алгебра
Класс	8

№ п/п	Определение (понятие)	Содержание определения (понятия)
1	Определение алгебраической дроби	<i>Алгебраической дробью</i> называют выражение P/Q , где P и Q – многочлены, P – числитель алгебраической дроби, Q – знаменатель алгебраической дроби. Переменные, входящие в состав алгебраической дроби, могут принимать лишь допустимые значения , т.е. такие значения, при которых знаменатель дроби не обращается в нуль.
2	Основное свойство алгебраической дроби	Числитель и знаменатель алгебраической дроби можно умножить (разделить) на один и тот же многочлен (в частности, на один и тот же одночлен, на одно и то же отличное от нуля число).
3	Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями:	Алгебраические дроби с одинаковыми знаменателями складывают и вычитают по тому же правилу, что и обыкновенные дроби (складывают или вычитают числители, а знаменатель оставляют без изменений): $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$
4	Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями:	1. Привести все дроби к общему знаменателю. 2. Выполнить сложение (вычитание) полученных дробей с одинаковыми знаменателями. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$
5	Алгоритм отыскания общего знаменателя для нескольких алгебраических дробей	1. Разложить знаменатель каждой дроби на множители. 2. Составить общий знаменатель (НОК знаменателей). 3. Найти дополнительный множитель для каждой дроби. 4. Умножить числитель каждой дроби на дополнительный множитель. 5. Записать дробь: числитель равен сумме (разности) полученных числителей, а знаменатель равен общему знаменателю. 6. Вычислить числитель и сократить дробь.
6	Умножение алгебраических дробей	Чтобы умножить алгебраические дроби, надо: 1. Перемножить числители дробей и полученный результат записать в числитель дроби. 2. Перемножить знаменатели дробей и полученный результат записать в знаменатель дроби. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
7	Деление алгебраических дробей	Чтобы разделить алгебраические дроби, надо: 1. Числитель первой дроби умножить на знаменатель второй дроби и полученный результат записать в числитель. 2. Знаменатель первой дроби умножить на числитель второй дроби и полученный результат записать в знаменатель. $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$
8	Возведение алгебраической дроби в степень	Чтобы возвести алгебраическую дробь в степень, надо числитель и знаменатель этой дроби возвести в данную степень. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

9	Рациональное выражение	Рациональным выражением называют любое алгебраическое выражение, составленное из чисел и переменных с помощью арифметических операций и операции возведения в натуральную степень.
10	Рациональное уравнение	Рациональным уравнением называют уравнение вида $p(x) = 0$, где $p(x)$ – рациональное выражение.
11	Степень с отрицательным целым показателем	Если n – натуральное число и $a \neq 0$, то под a^{-n} понимают $\frac{1}{a^n}$. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
12	Рациональные числа	Рациональными числами называют числа вида $\frac{m}{n}$, где m – целое, n – натуральное число. Множество рациональных чисел обозначают буквой Q .
13	Понятие квадратного корня из неотрицательного числа	Квадратным корнем из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число, квадрат которого равен a . Это число обозначают \sqrt{a} , число a при этом называют подкоренным числом (или подкоренным выражением). Операцию нахождения квадратного корня из неотрицательного числа называют извлечением квадратного корня . $\sqrt{a} \geq 0; (\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$
14	Иррациональные числа	Иррациональным числом называется бесконечная десятичная непериодическая дробь. Если натуральное число n не является точным квадратом, т.е. $n \neq k^2$, то \sqrt{n} – иррациональное число. Алгебраические выражения, содержащие операции извлечения квадратного и кубического корня из переменной называют иррациональными выражениями .
15	Действительные числа	Множество рациональных чисел и множество иррациональных чисел составляют множество действительных чисел . Множество действительных чисел обозначают буквой R .

Основные определения и алгоритмы

Четверть	II
Предмет	Алгебра
Класс	8

№ п/п	Определение (понятие)	Содержание определения (понятия)
1	Свойства квадратных корней	<p>1. Квадратный корень из произведения двух неотрицательных чисел равен произведению квадратных корней из этих чисел: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.</p> <p>2. Если $a \geq 0, b > 0$, то справедливо равенство $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.</p> <p>3. Если $a \geq 0$ и n – натуральное число, то $\sqrt{a^{2n}} = a^n$.</p>
2	Модуль действительного числа	<p>Модулем неотрицательного действительного числа x называют само это число $x = x$; модулем отрицательного действительного числа x называют противоположное число $x = -x$.</p> $ x = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$
3	Функция $y = kx^2$, ее свойства и график	<p>Функция $y = kx^2$ – квадратичная функция. Графиком функции $y = kx^2$ является парабола с вершиной в начале координат; ось Oy является осью параболы; ветви параболы направлены вверх при $k > 0$ и вниз при $k < 0$.</p>
4	Функция $y = k/x$, ее свойства и график	<p>Функция – обратная пропорциональность. Графиком функции $y = k/x$ ($k \neq 0$) является гипербола, ветви которой расположены в первом и третьем координатных углах, если $k > 0$, и во втором и четвертом координатных углах, если $k < 0$. Точка $O(0; 0)$ – центр симметрии гиперболы, оси координат – асимптоты гиперболы.</p>
5	Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$	<p>Чтобы построить график функции $y = f(x + l)$, где l заданное положительное число, нужно сдвинуть график функции $y = f(x)$ вдоль оси Ox на l единиц масштаба влево.</p> <p>Чтобы построить график функции $y = f(x - l)$, где l заданное положительное число, нужно сдвинуть график функции $y = f(x)$ вдоль оси Ox на l единиц масштаба вправо.</p>
6	Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	<p>Чтобы построить график функции $f(x) + m$, где m заданное положительное число, нужно сдвинуть график функции $y = f(x)$ вдоль оси Oy на m единиц масштаба вверх.</p> <p>Чтобы построить график функции $y = f(x) - m$, где m заданное положительное число, нужно сдвинуть график функции $y = f(x)$ вдоль оси Oy на m единиц масштаба вниз.</p>
7	Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	<ol style="list-style-type: none"> Построить график функции $y = f(x)$. Осуществить параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ вдоль оси Ox на l единиц масштаба влево, если $l > 0$, и вправо, если $l < 0$. Осуществить параллельный перенос полученного на втором шаге графика вдоль оси Oy на m единиц масштаба вверх, если $m > 0$, и вниз, если $m < 0$.

Основные определения и алгоритмы

Четверть	III
Предмет	Алгебра
Класс	8

№ п/п	Определение (понятие)	Содержание определения (понятия)
1	Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график	<p>Многочлен вида $ax^2 + bx + c$ называют квадратным трехчленом. Одночлен ax^2 называют старшим членом, а коэффициент a – старшим коэффициентом.</p> <p>Функцию вида $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$, называют квадратичной функцией.</p> <p>Графиком квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ является парабола, которая получается из параболы $y = ax^2$ параллельным переносом.</p> <p>Осью параболы $y = ax^2 + bx + c$ служит прямая $x = -b/2a$; абсцисса x_0 вершины параболы $y = ax^2 + bx + c$ вычисляется по формуле $x = -b/2a$.</p> <p>Ветви параболы $y = ax^2 + bx + c$ направлены вверх, если $a > 0$, и вниз, если $a < 0$.</p>
2	Определение квадратного уравнения	<p>Квадратным уравнением называют уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициенты a, b, c – любые действительные числа, причем $a \neq 0$.</p> <p>Многочлен $ax^2 + bx + c$ называют квадратным трехчленом.</p> <p>Квадратное уравнение называют приведенным, если его старший коэффициент равен 1, в противном случае квадратное уравнение называют неприведенным.</p> <p>Полное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых. Неполное квадратное уравнение – это уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых.</p>
3	Определение корня квадратного уравнения	<p>Корнем квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называется всякое значение переменной x, при котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ обращается в нуль; такое значение переменной x называют также корнем квадратного трехчлена.</p> <p>Решить квадратное уравнение – значит найти все его корни или установить, что корней нет.</p> <p>Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ может иметь либо два корня, либо один корень, либо вообще не иметь корней.</p>
4	Дискриминант и формулы корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$	<p>Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ (или дискриминантом квадратного трехчлена) называют выражение $D = b^2 - 4ac$.</p> <p>Если $D < 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней.</p> <p>Если $D = 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет один корень, который находится по формуле $x = -\frac{b}{2a}$.</p> <p>Если $D > 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня, которые находятся по формулам $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$.</p>
5	Определение рационального уравнения	<p>Если $r(x)$ – рациональное выражение, то уравнение $r(x) = 0$ называют рациональным уравнением.</p>
6	Алгоритм решения	<p>1. Перенести все члены уравнения в одну часть.</p>

	рационального уравнения	<p>2. Преобразовать эту часть уравнения к виду алгебраической дроби $\frac{p(x)}{q(x)}$.</p> <p>3. Решить уравнение $p(x) = 0$.</p> <p>4. Для каждого корня уравнения $p(x) = 0$ сделать проверку: удовлетворяет ли он условию $q(x) \neq 0$ или нет. Если нет, то это посторонний корень.</p>
7	Биквадратные уравнения	Уравнения вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$ называются биквадратными . Эти уравнения решаются методом введения новой переменной $y = x^2$, получаем квадратное уравнение вида $ay^2 + by + c = 0$, которое решают по алгоритму, а затем делают обратную подстановку и находят корни.
8	Формула корней квадратного уравнения вида $x^2 + 2kx + c = 0$	Если коэффициент b приведенного квадратного уравнения есть четное число, т.е. $b = 2k$, то корни этого уравнения находят по формуле $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c}$.
9	Теорема Виета	Сумма корней приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену. $x_1 + x_2 = -p, x_1 x_2 = q$.
10	Определение числового неравенства	Если $a > b$, то это значит, что $a - b$ – положительное число. Если $a < b$, то это значит, что $a - b$ – отрицательное число.
11	Свойства числовых неравенств	<p>1. Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.</p> <p>2. Если $a > b$, то $a + c > b + c$.</p> <p>3. Если $a > b$ и $m > 0$, то $am > bm$; Если $a > b$ и $m < 0$, то $am < bm$.</p> <p>4. Если $a > b$ и $c > d$, то $a + c > b + d$.</p> <p>5. Если a, b, c, d – положительные числа и $a > b$ и $c > d$, то $ac > bd$.</p> <p>6. Если a и b – неотрицательные числа и $a > b$, то $a^n > b^n$, где n – любое натуральное число.</p>
12	Исследование функций на монотонность	Функцию $y = f(x)$ называют возрастающей на промежутке X , если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 –любые две точки промежутка X , следует равенство $y = f(x_1) < y = f(x_2)$ (или: функция возрастает, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции). Функцию $y = f(x)$ называют убывающей на промежутке X , если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 –любые две точки промежутка X , следует равенство $y = f(x_1) > y = f(x_2)$ (или: функция убывает, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции).
13	Возрастание и убывание линейной функции $y = kx + m$	Если $k > 0$, то функция возрастает на всей числовой прямой; если $k < 0$, то функция убывает на всей числовой прямой.

Основные определения и алгоритмы

Четверть	IV
Предмет	Алгебра
Класс	8

№ п/п	Определение (понятие)	Содержание определения (понятия)
1	Решение линейных неравенств	<ol style="list-style-type: none"> Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, не изменив при этом знак неравенства. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не изменив при этом знак неравенства. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный.
2	Решение квадратных неравенств $ax^2 + bx + c > 0$ ($ax^2 + bx + c < 0$)	<ol style="list-style-type: none"> Найти корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$. Отметить найденные корни на оси Ox и определить, куда (вверх или вниз) направлены ветви параболы, служащей графиком функции $y = ax^2 + bx + c$; сделать набросок графика. С помощью полученной геометрической модели определить, на каких промежутках оси Ox ординаты графика положительны (отрицательны); включить эти промежутки в ответ.
3	Дополнения к решению квадратных неравенств	<p>Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ не имеет корней (т.е. $D < 0$) и если при этом $a > 0$, то при всех значениях x выполняется неравенство $ax^2 + bx + c > 0$, а неравенство $ax^2 + bx + c \leq 0$ не имеет решений.</p> <p>Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ не имеет корней (т.е. $D < 0$) и если при этом $a < 0$, то при всех значениях x выполняется неравенство $ax^2 + bx + c < 0$, а неравенство $ax^2 + bx + c \geq 0$ не имеет решений.</p>
4	Приближенные значения действительных чисел	<p>Погрешностью приближения (абсолютной погрешностью) называют модуль разности между точным значением величины x и ее приближенным значением a: погрешность приближения – это $x - a$.</p> <p>Если a – приближенное значение числа x и $x - a \leq h$, то говорят, что абсолютная погрешность приближения не превосходит h или, что число x равно числу a, с точностью до h.</p>
5	Правило округления	<p>Если первая отбрасываемая цифра меньше 5, то нужно брать приближение по недостатку.</p> <p>Если первая отбрасываемая цифра больше или равна 5, то нужно брать приближение по избытку.</p>
6	Стандартный вид положительного числа	Стандартным видом положительного числа a называют его представление в виде $a_0 \cdot 10^m$, где $1 \leq a_0 \leq 10$, а m – целое число; число m называют порядком числа a .